

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРЯМОЇ ЗАДАЧІ В ПРОБЛЕМІ РЕКОНСТРУКЦІЇ ЕЛЕКТРОФІЗИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБ’ЄКТІВ КОНТРОЛЮ ВИХРОСТРУМОВИМ МЕТОДОМ

*А. В. Сторчак, В. В. Тичков, Р. В. Трембовецька, В. Я. Гальченко
Черкаський державний технологічний університет
м. Черкаси*

Неруйнівний контроль вихрострумовим методом часто застосовується в промисловості і має ряд беззаперечних переваг, серед яких висока швидкість сканування, безконтактність, стійкість до впливів зовнішнього середовища, електрична природа сигналу, але головною його особливістю є багатопараметровість сигналу. Нерідко об’єктами контролю (ОК) виступають циліндричні вироби, такі як вали та труби, що проходять термообробку чи насичення поверхневого шару речовинами, в наслідок чого змінюються електрофізичні параметри матеріалу цих виробів.

В даній роботі пропонується вирішення задачі реконструкції електрофізичних параметрів ОК, в яких електропровідність (ЕП) та магнітна проникність (МП) матеріалу змінюються вздовж радіусу. ОК є магнітні та немагнітні струмопровідні циліндричні вироби, що тестуються зовнішнім прохідним вихрострумовим перетворювачем (ВСП). Актуальною є задача визначення параметрів ЕП та МП як функції від радіусу по результатам контролю ВСП. Ця зворотна задача в оптимізаційній постановці потребує багатократного вирішення прямої задачі.

Для вирішення цієї задачі пропонується використовувати мультичастотний метод. А саме, в якості вихідних даних для її розв’язку застосовувати значення індукованої ЕРС з різною частотою струму збудження ВСП, що впливає на глибину проникнення вихрових струмів. Для спрощення цієї задачі доцільно застосувати кусково-постійну апроксимацію ОК, тобто умовно поділити переріз об’єкту на шари, припускаючи що ЕП та МП є константами в кожному шарі. Це дозволяє спростити рішення прямої задачі до знаходження комплексних значень індукованої ЕРС в залежності від кількості умовно окремих шарів ОК.

Припускаємо, що одновиткова котушка (рис.1) з радіусом r_0 знаходиться навколо багат шарового ОК при умові $r_0 > r_1$. Вісь котушки та вісь ОК співпадають.

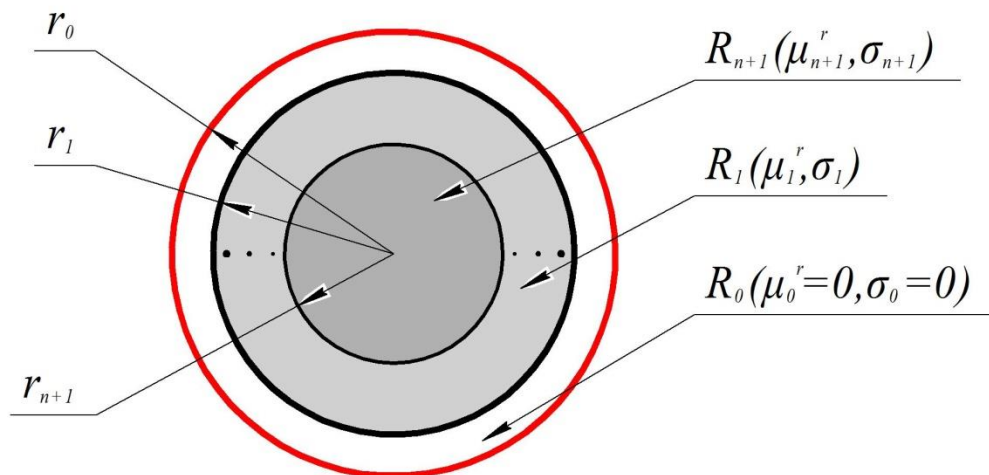


Рис.1 – Одновиткова котушка навколо багат шарового об’єкта

Аналітичні формули для рішення прямої задачі наведено в [1], тобто розв’язок прямої задачі не спричинятиме ускладнень.

Ненульовий компонент векторного потенціалу в області вимірювальної котушки можна знайти як

$$A_0^{ind}(r, z) = \frac{\mu_0 r_0 I}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{B}_2 K_1(\lambda r) \frac{K_1(\lambda r_0)}{K_1(\lambda r_1)} e^{j\lambda(z-z_0)} d\lambda,$$

де μ_0 – магнітна стала, $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м;

r_0 – радіус котушки збудження;

I – струм в котушці збудження;

$$\tilde{B}_2 = -\frac{2\mu_1^m}{r_1} \frac{\mu_2^m I_1(qr^2)(D_1 - 2r_2 \lambda D_2) + 2\mu_1^m q I_1'(qr_2) D_1}{D} - I_1(\lambda r_1);$$

μ_n – відносна магнітна проникливість шару матеріалу ОК, $\mu_n = \mu(r)$;

$I_\nu(s)$ – модифікована функція Бесселя першого роду ν порядку;

$K_\nu(s)$ – модифікована функція Бесселя другого роду ν порядку;

$$D = \mu_2^m I_1(qr_2) D_5 (D_1 - 2r_2 \lambda D_2) + 2\mu_1^m q I_1'(qr_2) D_1 D_5 - \\ - 2r_1 \lambda \mu_2^m I_1(qr_2) K_1(\lambda r_1) (D_3 - 2r_2 \lambda D_4) - 4r_1 \mu_1^m \lambda q I_1'(qr_2) K_1(\lambda r_1) D_3;$$

$$D_1 = I_\nu(\lambda r_2) K_\nu(\lambda r_1) - I_\nu(\lambda r_1) K_\nu(\lambda r_2);$$

$$D_2 = I_\nu'(\lambda r_2) K_\nu(\lambda r_1) - I_\nu(\lambda r_1) K_\nu'(\lambda r_2);$$

$$D_3 = I_\nu(\lambda r_2) K_\nu'(\lambda r_1) - I_\nu'(\lambda r_1) K_\nu(\lambda r_2);$$

$$D_4 = I_\nu'(\lambda r_2) K_\nu'(\lambda r_1) - I_\nu'(\lambda r_1) K_\nu'(\lambda r_2);$$

$$D_5 = 2\mu_1^m \lambda K_1'(\lambda r_1) + K_1(\lambda r_1);$$

$$v = \sqrt{\frac{1}{4} + p_i^2};$$

$$p_i = \sqrt{j\omega\mu_0\mu_i^m\sigma_i^m};$$

$$q = \sqrt{p_{n+1}^2 + \lambda^2};$$

$$i = 1, 2, \dots, n;$$

r_n – зовнішній радіус шару ОК;

σ_n – питома електрична провідність шару матеріалу ОК, $\sigma_n = \sigma(r)$.

Вважаючи котушку зовнішнього ВСП нескінченно тонкою та використовуючи значення векторного потенціалу можна знайти ЕРС індуковану в вимірювальній котушці ВСП

$$\mathcal{E} = -j2\pi\omega w_1 w_2 r_0 A_0^{ind},$$

де w_1, w_2 – кількість витків котушки збудження та вимірювальної котушки.

1. Koliskina V. Analytical and quasi-analytical solutions of direct problems in eddy current testing: doctoral thesis In Partial Fulfilment of the Requirements of the Doctor Degree in Mathematics [Subdiscipline of Mathematical modelling] / Koliskina Valentina. – Riga: Riga Technical university, 2013. – 193 p.